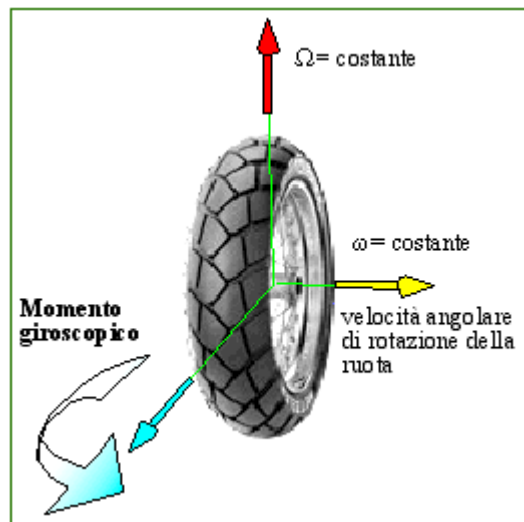


# El efecto giroscópico en una motocicleta

Autor: Vittore Cossalter

Traducción y adaptación: Beggar

El efecto giroscópico tiene lugar cuando la rueda, que sigue un movimiento rotacional alrededor de su propio eje con una velocidad angular  $\omega$ , se le fuerza a girar también según otro eje, perpendicular al anterior, con una nueva velocidad angular  $\Omega$ .



El efecto giroscópico se manifiesta como un momento que tiende a girar la rueda alrededor de un eje perpendicular a los otros dos. El valor de este momento giroscópico será igual al producto del momento polar de inercia de la rueda por las velocidades angulares  $\omega$  y  $\Omega$ . Tomando vectores (en negrita):

$$\mathbf{M}_g = I_0 * (\boldsymbol{\Omega} \times \boldsymbol{\omega})$$

En la dinámica de la motocicleta, existen diversas ocasiones en las que se crea un momento inducido por el efecto giroscópico. Veamos cuáles son:

## 1.- Efecto giroscópico al seguir la motocicleta una trayectoria curva:

Consideraremos una rueda girando alrededor de su propio eje a una velocidad angular  $\omega$ , mientras la motocicleta toma una curva de radio R, con una velocidad angular  $\Omega$  en torno al centro imaginario de esa curva (nótese que  $\omega$  tiene un valor mucho más elevado que  $\Omega$ ). Para la mejor comprensión de este caso, imagínese una motocicleta dando vueltas a un trazado circular, con una velocidad constante. Ello hará que adopte un ángulo de inclinación  $\varphi$ , que trataremos de determinar,

La rotación natural de la rueda ( $\omega$ ) y el giro de la motocicleta alrededor del centro de la curva ( $\Omega$ ), producen un momento giroscópico alrededor del eje horizontal, que tiende a levantar la motocicleta. Tomando valores escalares:

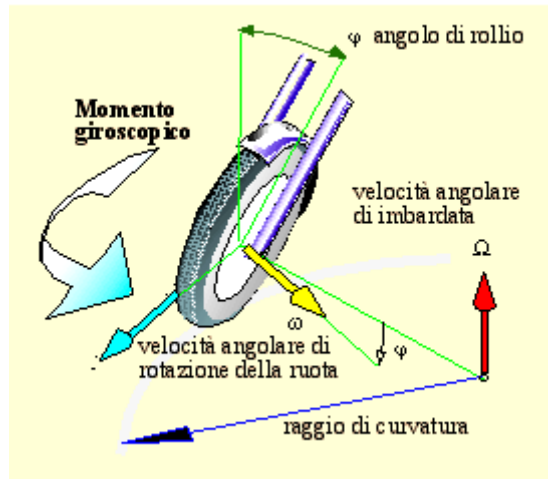
$$\mathbf{M}_g = I_0 * (\boldsymbol{\Omega} \times \boldsymbol{\omega}) \quad \rightarrow \quad M_g = I_0 * \Omega * \omega * \cos \varphi$$

$$M \cong I \Omega \omega \cos \varphi$$

Siendo  $I_0$  el momento polar de inercia de la rueda respecto a su propio eje,  $\omega$  la velocidad angular de rotación alrededor del mismo,  $\Omega$  la velocidad angular con que toma la curva la motocicleta.

Otra forma de expresar  $\Omega$  es como cociente entre la velocidad lineal de la motocicleta y el radio de la curva que está tomando:

$$\mathbf{v} = \mathbf{R} \times \boldsymbol{\Omega} \quad \rightarrow \quad \Omega = v / R$$



(ángulo de rollo=ángulo de inclinación; velocidad angular de imbardata=velocidad angular de paso por curva; velocidad angular de rotación de la rueda=velocidad angular de rotación de la rueda; radio de curvatura=radio de la curva)

Ahora, tomaremos en cuenta el momento de inercia de ambas ruedas. Entonces, el efecto giroscópico valdría:

$$M \cong (I_r + I_f) \Omega \omega \cos \phi$$

Siendo  $I_f$  y  $I_r$  los momentos polares de inercia de las ruedas delantera y trasera respectivamente.

Supongamos que las ruedas tuvieran un peso despreciable ( $I_0 \rightarrow 0$ ). Entonces, el efecto giroscópico sería nulo. Si también despreciamos la deformación de los neumáticos, las condiciones de equilibrio dinámico para esas condiciones de movimiento circular uniforme (velocidad lineal constante y radio de curvatura constante), imponen que la resultante del peso y de la fuerza centrífuga interseca la línea que une los puntos de contacto de ambas ruedas con el suelo.

En este caso ideal, el ángulo de inclinación de la motocicleta para tomar la curva vendría dado por la relación:

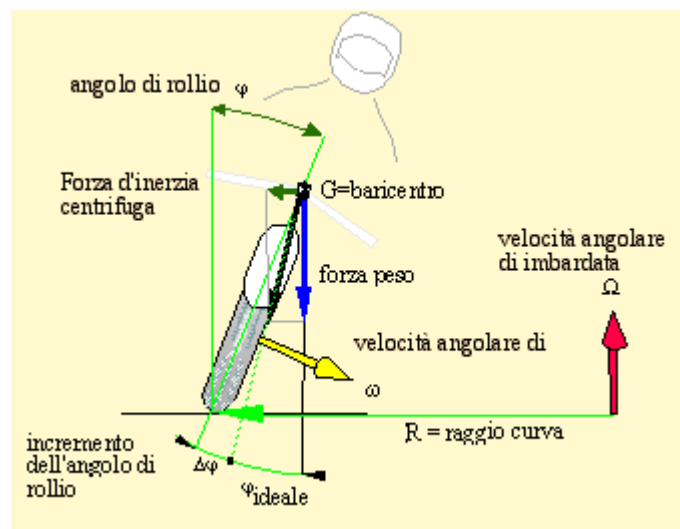
$$\begin{aligned} \Sigma M = 0 & \quad \rightarrow \quad W * x_g = F_c * y_g & \quad \rightarrow \quad m * g * x_g = m * \Omega^2 * R * y_g \\ & \quad \rightarrow \quad x_g / y_g = R * \Omega^2 / g & \quad \rightarrow \quad \text{tg } \phi = R * \Omega^2 / g & \quad \rightarrow \\ & & & \quad \phi = \text{arctg} \left( \frac{R * \Omega^2}{g} \right) \end{aligned}$$

Siendo  $g$  la aceleración de la gravedad (constante),  $W$  el peso de la motocicleta (y el piloto),  $F_c$  la fuerza centrífuga que sufre el conjunto moto-piloto al tomar la curva, la

cual nos obliga a inclinarnos para no salir despedidos hacia el lado contrario, y  $(x_g, y_g)$  las coordenadas del Centro De Gravedad del conjunto moto-piloto.

Si a este esquema simplificado añadimos el par de fuerzas que equivalen al momento giroscópico, es evidente que tendríamos que inclinar más la moto (aumentar el ángulo  $\phi$ ) para compensarlo.

Es evidente a partir de lo aquí expuesto que todo lo que conduzca a disminuir el peso de la rueda (es decir, de la llanta, de la cámara si la hubiere, de la cubierta y de parte de los rodamientos del buje), o al menos a acercar las masas al centro de giro de la rueda, para así disminuir el momento de inercia polar (por eso la masa de los rodamientos influye muy poco, y el aro de la llanta y el neumático son mucho más importantes); se traduce en una mejora de la manejabilidad de la motocicleta.



(ángulo di rollio=ángulo de inclinación; forza d'inercia centrifuga=fuerza de inercia centrífuga; baricentro=centro de gravedad; velocità angolare di imbardata=angular yaw velocity; velocità angolare di rotazione della ruota=velocidad de rotación; raggio di curvatura=radio de la curva)

El incremento  $\Delta\phi$  en el ángulo de inclinación debido al efecto giroscópico, reduce la agilidad de la motocicleta, ya que para alcanzar el ángulo de inclinación se necesita más tiempo (a cualquiera que haya montado en moto, esta última frase le sobra; es evidente que si para tomar la misma curva a la misma velocidad, hemos de inclinarnos más, es un efecto contra el que hemos de luchar).

Lástima que las llantas de magnesio o carbono sean tan caras!!!! Pero ojito, que no todas las cubiertas pesan lo mismo, y ese sí que es un punto donde elegir unas u otras no supone un gran desembolso económico. Sin embargo, la necesaria rigidez de la carcasa hace ridículo escatimar peso en este apartado a partir de un cierto límite.

A diferencia del siguiente efecto, que solo tiene lugar en la fase en que tumbamos la moto (y en sentido contrario cuando la levantamos, es decir, cuando existe una velocidad angular de inclinación), y una vez con la moto inclinada desaparece; este momento giroscópico actúa siempre que la moto está tomando una curva (seguimos una trayectoria que no sea rectilínea), durante toda la trazada.

## 2.- Efecto giroscópico del movimiento de inclinación:

### 2.1.- Efecto giroscópico en la rueda delantera debido al esfuerzo en los semimanillares:

Este momento giroscópico aparece cuando giramos los semimanillares (contramanillar) para tomar una curva, provocando que la moto se incline.



( ángulo di rollio=ángulo de inclinación; velocità angolare di rotazione della ruota=velocidad de giro de la rueda;; rollio verso destra= inclinación a la derecha; velocità angolare di rollio= velocidad angular de inclinación )

Habíamos explicado el efecto giroscópico como la aparición de un momento que tiende a voltear la rueda cuando se dan momentos de giro en los otros dos ejes. Este momento giroscópico será de dirección perpendicular a los otros dos momentos (ya que su vector director se forma con el producto vectorial de los otros dos momentos).

En este caso los dos momentos inductores son, el propio giro de la rueda, y el giro según el eje de la dirección que le damos mediante los semimanillares para tumbar la moto. El resultado ya lo sabemos, es un momento de vuelco de la moto que es el que nos ayuda a tumbar la moto para trazar la curva. Su dirección será perpendicular a los otros dos momentos, y su módulo será:

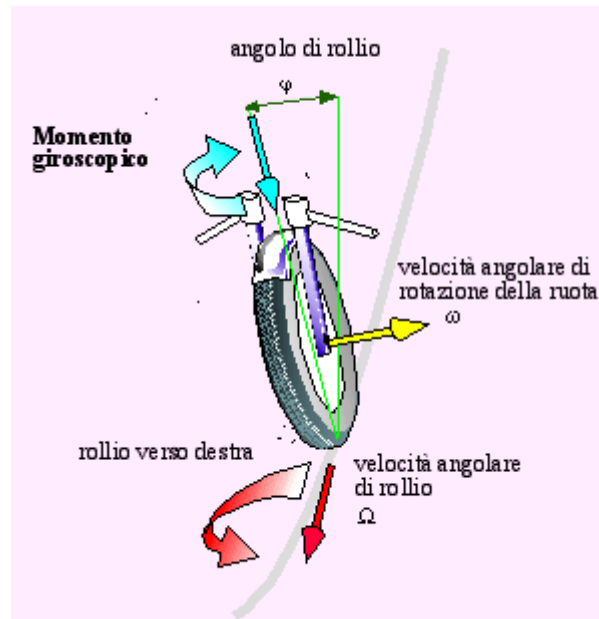
$$M = -I \omega \Omega \cos \epsilon$$

siendo  $\epsilon$  el ángulo de lanzamiento de la dirección.

A la vista de esta expresión, es evidente que cuanto mayor sea el ángulo de lanzamiento, menor será la sensibilidad de la moto a este efecto. Así, un ángulo  $\epsilon$  excesivo (como el que se puede ver en muchas motos custom, obligadas por un canon estético absurdo desde el punto de vista tecnológico), provocará que el comportamiento de la moto en curva sea infame, por la anulación de este efecto al reducirse término  $\cos \epsilon$  según aumenta éste. Sin embargo, ángulos excesivamente pequeños ( $<23^\circ$ ), harán que la moto tenga un comportamiento nervioso y con una dirección poco aplomada.

Por supuesto, este efecto puede actuar a la inversa; es decir, si la moto se inclina (por ejemplo, por el viento), aparecerá en la dirección, y de ahí a los semimanillares, un

momento de giro contra el que deberemos aplicar una fuerza con nuestros brazos para conservar la verticalidad.



La otra componente del momento giroscópico inducido, poco importante con geometrías de dirección ordinarias, tendería a girar la rueda según el eje vertical. Este momento tendría por módulo:

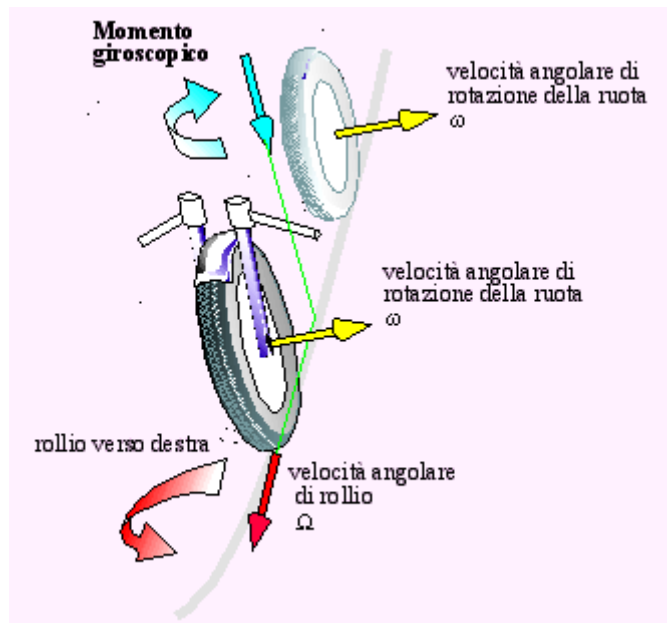
$$M = I * \Omega * \omega * \sin \epsilon$$

## 2.2.- Efecto giroscópico global en el eje vertical de la motocicleta:

Ahora tomaremos el momento que en la explicación anterior fue efecto de girar el manillar, como causa de otro momento giroscópico. Efectivamente, la combinación de los momentos de giro de ambas ruedas (obsérvese en la expresión los dos momentos de inercia correspondientes), con el momento de vuelco de la moto al inclinarla (para tomar una curva), provoca un momento de giro en torno a un eje vertical a la moto, que tiende a desalinear las ruedas.

Este momento giroscópico (inducido), tiende a provocar un derrapaje de la rueda trasera. Sin embargo, al no ser la motocicleta un sistema rígido, queda absorbido por el giro de la dirección. Es destacable el hecho de que la acción sobre el manillar de un esfuerzo, provoca un momento de vuelco (tumbar la moto), que a su vez origina otro momento en la dirección de sentido contrario que nos facilita la maniobra.

$$M = -(I_r + I_s) \omega \Omega$$



( $\omega$  = velocidad de giro de la rueda;  $\Omega$  = velocidad angular de inclinación; irollio verso destra = nclinación a la derecha)

$$M = I \omega \Omega \cos \epsilon$$

Para más información: V. Cossalter [Cinematica e dinamica della motocicletta](#) Casa Editrice Progetto di Padova, Via Marzolo 28 (tel. 049-665585 fax 049-8076036).